

LUYỆN TẬP. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

A) LÝ THUYẾT :

Khi biến đổi phương trình mà làm mất mẫu chứa ẩn của phương trình thì phương trình nhận được có thể *không tương đương với phương trình ban đầu*. Do đó, khi giải phương trình chứa ẩn ở mẫu ta phải chú ý đến *điều kiện xác định của phương trình*.

1) Tìm điều kiện xác định của một phương trình :

Đối với phương trình chứa ẩn ở mẫu, các giá trị của ẩn mà tại đó ít nhất một mẫu thức trong phương trình nhận giá trị bằng 0, chắc chắn không thể là nghiệm của phương trình. Để ghi nhớ điều đó, người ta thường đặt điều kiện cho ẩn để tất cả các mẫu trong phương trình đều khác 0 và gọi đó là *điều kiện xác định* (viết tắt là ĐKXĐ) của phương trình.

Ví dụ : Tìm điều kiện xác định của phương trình sau:

a) Tìm điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x+1}{x-2} = 1$

Vì $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ nên ĐKXĐ của phương trình $\frac{2x+1}{x-2} = 1$ là $x \neq 2$

b) Tìm điều kiện xác định của phương trình $\frac{x+1}{2x-4} = \frac{2}{5}$

Vì $2x-4 \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq 4 \Leftrightarrow x \neq \frac{4}{2} \Leftrightarrow x \neq 2$ nên ĐKXĐ của phương trình là $x \neq 2$

b) Tìm điều kiện xác định của phương trình $\frac{x}{x+2} = \frac{2}{x-2}$

Vì $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 2 \end{cases}$ Vậy $x \neq -2$ và $x \neq 2$

c) Tìm điều kiện xác định của phương trình $\frac{2}{x+3} + \frac{-5}{x-3} = \frac{x}{x^2-9}$

ĐKXĐ : $\begin{cases} x+3 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq 3 \end{cases}$

d) Tìm điều kiện xác định của phương trình $\frac{4}{x} + \frac{-3}{x-1} = \frac{x+2}{x^2-x}$

ĐKXĐ : $\begin{cases} x \neq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

2) Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu :

Cách giải phương trình chứa ẩn ở mẫu :

Bước 1 : Tìm điều kiện xác định của phương trình

Bước 2 : Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu

Bước 3 : Giải phương trình vừa nhận được

Bước 4 : Kết luận. Trong các giá trị của ẩn vừa tìm được, các giá trị thỏa mãn ĐKXD chính là nghiệm của phương trình

Ví dụ 1: Giải phương trình:

$$\frac{x+2}{x} = \frac{2x+3}{2(x-2)}$$

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\frac{2(x+2)(x-2)}{2x(x-2)} = \frac{x(2x+3)}{2x(x-2)}$$

$$\Leftrightarrow 2(x+2)(x-2) = x(2x+3)$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - 4) = x(2x+3)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8 = 2x^2 + 3x$$

$$\Leftrightarrow 3x = -8$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{8}{3} \text{ (nhận)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ -\frac{8}{3} \right\}$

Ví dụ 2: Giải phương trình: $\frac{2}{x+3} + \frac{-5}{x-3} = \frac{x}{x^2-9}$

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} x+3 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

$$\text{Giải pt: } \frac{2}{x+3} + \frac{-5}{x-3} = \frac{x}{x^2-9} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2}{x+3} + \frac{-5}{x-3} = \frac{x}{(x-3)(x+3)}$$

Mẫu thức chung : $(x-3)(x+3)$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x-3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{-5(x+3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x}{(x-3)(x+3)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-6}{(x-3)(x+3)} + \frac{-5x-15}{(x-3)(x+3)} = \frac{x}{(x-3)(x+3)}$$

$$\Leftrightarrow 2x-6-5x-15=x$$

$$\Leftrightarrow 2x-5x-x=15+6$$

$$\Leftrightarrow -4x=21$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{21}{4} \text{ nhận}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } S = \left\{ -\frac{21}{4} \right\}$$

3) Một số bài giải phương trình chứa ẩn ở mẫu đơn giản luyện tập :

$$a/ \quad \frac{2}{x+3} = \frac{2}{5}$$

$$b/ \quad \frac{3}{x-2} = \frac{2}{x+1}$$

$$c/ \quad \frac{3}{x-2} = \frac{-5}{x+2}$$

$$c/ \quad \frac{x}{x-5} = \frac{x}{x+3}$$

$$d/ \quad \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{x+4}{x^2-1}$$

$$e/ \quad \frac{5}{x-3} - \frac{2}{x+3} = \frac{2x+7}{x^2-9}$$

B) BÀI TẬP :

1) Giải các phương trình :

$$a) \quad \frac{2x-5}{x+5} = 3$$

$$i) \quad \frac{1}{x-2} + 3 = \frac{x-3}{2-x}$$

$$b) \quad \frac{x^2-6}{x} = x + \frac{3}{2}$$

$$j) \quad 2x - \frac{2x^2}{x+3} = \frac{4x}{x+3} + \frac{2}{7}$$

$$c) \quad \frac{(x^2+2x)-(3x+6)}{x-3} = 0$$

$$k) \quad \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$$

$$d) \quad \frac{5}{3x+2} = 2x-1$$

$$l) \quad \frac{3x-2}{x+7} = \frac{6x+1}{2x-3}$$

$$e) \quad \frac{2x-1}{x-1} + 1 = \frac{1}{x-1}$$

$$m) \quad \frac{1}{x-1} - \frac{3x^2}{x^3-1} = \frac{2x}{x^2+x+1}$$

$$f) \quad \frac{5x}{2x+2} + 1 = -\frac{6}{x+1}$$

$$n) \quad \frac{3}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{(x-3)(x-1)} = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$$

$$g) \quad x + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$o) \quad 1 + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{8+x^3}$$

$$h) \quad \frac{x+3}{x+1} + \frac{x-2}{x} = 2$$

$$p) \quad \frac{13}{(x-3)(2x+7)} + \frac{1}{2x+7} = \frac{6}{(x-3)(x+3)}$$

$$\text{q) } \frac{1}{x} + 2 = \left(\frac{1}{x} + 2 \right) (x^2 + 1)$$

$$\text{r) } \left(x + 1 + \frac{1}{x} \right)^2 = \left(x - 1 - \frac{1}{x} \right)^2$$

